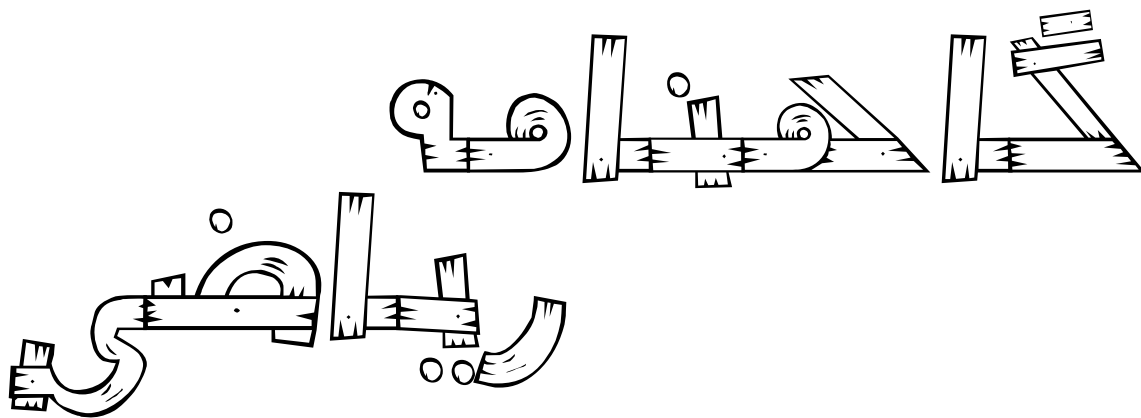




ویژه نامه روز دانشجو / شماره ۱ / آذر ۱۳۹۴



گاهنامه ریاضی

پرفیس علامه طباطبائی ارومیه

دانشجو معلمان ریاضی ۹۱

سخن سردبیر / مهتا برجیسی / ۳

روز دانشجو / دانشجو معلمان ریاضی / ۴

مکتب فیثاغورس / سعیده نوری، پریسا محمدفام / ۵

ذهن زیبا / سامیه بهاری، فاطمه محمودی / ۶

وسیله ای ساده برای تدریس مثلثات / سمیه حاجی خواه، الهه فتح الهی، رقیه میرزایی / ۷

ریاضیات نهفته در سرزمین عجایب آلیس / هاله بادامچی، سارا فصدی / ۱۰

نقطه بازی / مهتا برجیسی / ۱۲

ریاضیات اسرارآمیز اهرام مصر / شیما صادقی / ۱۴

قضیه هم پیرامونی / فاطمه حسن زاده، نسا دنیادوست / ۱۵

مناجات / مهسا احمد علی پور / ۱۸



پردیس علامه طباطبائی ارومیه
واحد خواهران

مدیر مسئول: غلامرضا رفعت نشان

سردبیر: مهتا برجیسی

جمع بندی مطالب: سارا فصدی

فاطمه محمودی،

ویراستار: مهتا برجیسی

سامیه بهاری،

طراح: سامیه بهاری،

فاطمه محمودی

هیات تحریریه: هاله بادامچی،

تهمینه جوانمرد،

فاطمه حسن زاده،

نساء دنیادوست،

شیما صادقی،

رقیه میرزایی،

سعیده نوری،

صاحب امتیاز: پردیس علامه طباطبائی ارومیه واحد
خواهران

سخن سر دیر

از زمان تاسیس آموزش عمومی در ایران، "فرهنگی" نامی بود که عمدتاً به معلمان اطلاق می شد و گاهی با اندکی تساهل و تسامح، همه دست اندر کاران عرصه تعلیم و تربیت و از جمله، تمام کسانی که در نهادهای آموزشی کار می کردند، به «فرهنگی» بودن شناخته می شدند و به آن افتخار می کردند. واژه "فرهنگی" بودن در گذر زمان دچار فراز و فرودهایی بوده و به واژه های دیگری تبدیل شده است. اما از سال ۱۳۹۰ اتفاق بزرگی افتاده است که اگر خوب از آن استفاده شود، فرصت خوبی برای ارتقای "معلمان" یا همان "فرهنگیان" خواهد بود.

اساسنامه دانشگاه فرهنگیان که مشتمل بر ۳۱ ماده است، در ششم دی ماه ۱۳۹۰، به تصویب "شورای عالی انقلاب فرهنگی" رسید. در ماده ۱- کلیات، آمده است که دانشگاه فرهنگیان، دانشگاهی است برای تامین، تربیت و توانمندسازی منابع انسانی وزارت آموزش و پرورش و در ادامه این ماده، صفات برجسته این "منابع انسانی" را با جزئیات بیان کرده است.

"اگر معلم خوب عمل کند، صحیح عمل کند، با تدبیر عمل کند، با دلسوزی عمل کند، به نظر ما همه مشکلات جامعه حل می شود...."

مقام معظم رهبری (۱۳/۲/۱۳۹۱)

به این ترتیب دانشگاه فرهنگیان پا به عرصه وجود گذاشته است. این دانشگاه دارای حدود ۹۸ واحد دانشگاهی (در قالب ۶۴ پردیس و ۳۴ مرکز وابسته به پردیس) و بیش از ۶۵ هزار دانشجو می باشد. از دیر باز و هم با تاسیس و توسعه آموزشهای عمومی تا کنون، مراکز مختلفی اعم از دانش سراهای مقدماتی و عالی، دانشگاه ها، مراکز تربیت معلم و انواع مجتمع های دولتی و خصوصی عهده دار آموزش معلمان بوده اند. در واقع، دوره های کارشناسی ریاضی در جهان، مولود نیازمندی نظام های آموزشی به مدرسان ریاضی بوده است. در سالهای اخیر پژوهشهای مختلفی انجام گرفته و سوال اکثر پژوهش ها این است که "معلمان ریاضی چه ریاضی ای می دانند، چگونه می توانند آن را درک کنند و در تدریس خود از آن استفاده کنند."

تجزیه و تحلیل مستندات تاریخی و پژوهش های انجام شده در حوزه آموزش معلمان و در این خصوص، آموزش معلمان ریاضی، نشان می دهد که پیشرفت این حوزه، در گرو تعامل معنادار بین مدرسه و دانشگاه یعنی بین آموزش عالی و آموزش عمومی بوده و هست.

به گفته شولمن (۱۹۸۷)، انواع دانش های ضروری برای معلمان -و در این مورد، معلمان ریاضی- به خصوص دانش محتوایی-پداگوژیکی، ترکیب خاصی از دانش و پداگوژی است که به طور منحصر به فردی، جزو قلمرو معلمان است و همان شکل خاص فهم و درک حرفه ای آنهاست. برای تولید چنین دانشی، لازم است به این مهم توجه شود که حرفه معلمی، حرفه ای غیر قطعی و نیازمند اصلاح و به روز شدن مستمر است. ایجاد و اصلاح مستمر این آموزش، از طریق توسعه حرفه ای معلمان، قبل و ضمن خدمت، امکان پذیر است. همکاری معنادار و اثربخش بین دانشگاه ها و مراکز توسعه حرفه ای معلمان در تمام دنیا، مثبت بوده و استنادات آن موجود است.

باورهای دانش آموزان نسبت به مقوله های مختلف مرتبط با ریاضی و آموزش آن، بطور آگاهانه یا ناآگاهانه همه فعالیت های آنان را در این حوزه تحت تاثیر قرار می دهد.

ریاضیات زبانی است که در تعریف دقیق اصطلاحات و نمادها به کار می رود و ما را در برقراری ارتباط علمی و سایر ارتباطات در زندگی روزمره توانا تر می کند. ریاضیات امروزی، تنها زمینه ای برای محاسبه نیست، بلکه به صورت سلاخی نیرومند برای تحقیق در آمده است و بارها از تجربه پیشی گرفته است. اگر به طور جدی در جهت تحقق اهداف علم ریاضی و کاهش افت تحصیلی در این زمینه اقدام شود، منابع جامعه، خصوصاً منابع انسانی، این گنجینه های ملی، به هدر نخواهد رفت زیرا علم ریاضی بخش مهمی از فرهنگ است. در حقیقت، ریاضیات و فعالیت های ریاضی، جزء واقعی میراث فرهنگی نسل آدمی است. مردم غالباً ریاضیات و علم حساب را معادل یکدیگر می دانند. آنها تصور می کنند کسب مهارتهایی در زمینه محاسباتی، تمام آن چیزهایی است که کودکان باید یاد بگیرند، اما ریاضیات چیزی بیش از محاسبات صرف است. ریاضیات یکی از حفره های جادویی جهان است. اگر داستان آلیس در سرزمین عجایب را خوانده باشید، حتماً با لانه ی خرگوش آشنا هستید. آلیس در یک عصر تابستانی خرگوش را دنبال می کند و به دنبال او قدم به لانه هایشان می گذارد و بلافاصله جایش تغییر می کند. هیچ چیز آن طوری نیست که به نظر می آمده است. در این دنیا اولویت ها و منطق ها فرق می کنند. این لانه افسانه ای خرگوش فقط زاییده ذهن ریاضی دان با نام مستعار "لوئیس کارول" نیست که داستانی را هنگام قایق رانی برای شاگردش تعریف کرده است. در دنیای واقعی دروازه های زیادی وجود دارد که وقتی قدم به آن جا می گذارید دنیای متفاوتی در برابر چشم هایتان شکل می گیرد.

در این نشریه نیز سعی شده است اندکی تفاوت تر به دانش ریاضی و آموزش آن پرداخته شود. امید است با همت والای سردمداران ایران عزیز اسلامی و دانشجو معلمان همیشه در صحنه، مانند گذشته همگام با آموزش های روز دنیا پیش رویم. انشاالله...

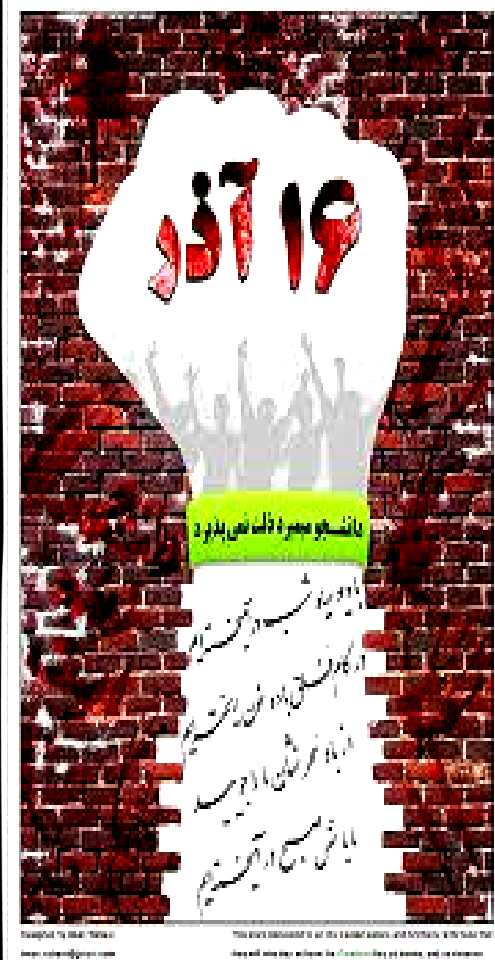
واژه دانشجو به اندازه کرامت و تقدسش، وسیع و پدافند است. آن قدر پر افق که هرگاه به هر سوی کرانه اش انگشتی اشاره بریم، نسیمی تازه از معنا می یابیم. در این نوشتار، به جنبه هایی از شخصیت دانشجویان می پردازیم. شانزده آذر ۱۳۳۲، دانشجویان و اتحاد ملی، توانایی های جنبش دانشجویی، ازدواج دانشجویی و...، گوشه ای از دغدغه های نویسنده است.

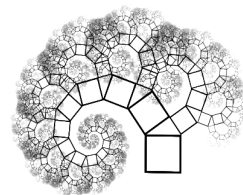
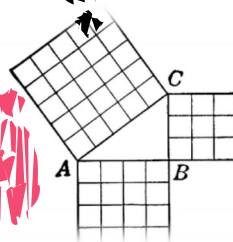
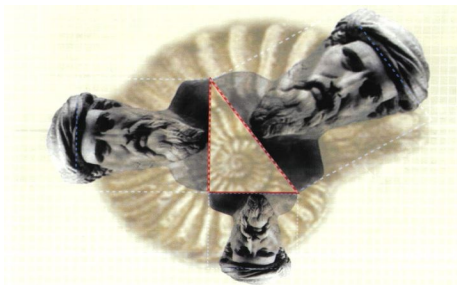
روایت شانزدهم آذر ۱۳۳۲، با بیان یکی از شاهدان ماجرا، آن قدر تکان دهنده است که هر دلی را آکنده از تأثر و افسوس می کند. شهید مصطفی چمران این گونه می نویسد: از آن روز (یعنی ۱۶ آذر ۱۳۳۲) نه سال می گذرد، ولی وقایع آن روز چنان در نظرم مجسم است که گویی همه را به چشم می بینم. صدای رگبار مسلسل در گوشم طنین می اندازد. سکوت موحش بعد از رگبار، بدنم را می لرزاند. آه بلند و ناله جان گذار مجروحین را در میان این سکوت دردناک می شنوم. دانشکده فنی خون آلود را در آن روز و روزهای بعد به رأی العین می بینم.

آن روز، ساکت ترین روزها بود و چون شواهد و آثار احتمال وقوع حادثه ای را نشان می داد، دانشجویان بی اندازه آرام و هوشیار بودند. پس چرا و چگونه دانشگاه گلوله باران شد؟ و چه طور سه نفر از بهترین دوستان ما، بزرگ نیا، قندچی و رضوی به شهادت رسیدند؟ دولت با خراب کردن سقف بازار و غارت اموال رهبران آن، بازاریان را کم و بیش مجبور به سکوت کرد، ولی دانشگاه همچنان خاری در چشم دستگاه می خلید و دست از مبارزه برنمی داشت و دستگاه همچون درنده خون خواری به کمین نشسته، دندان تیز کرده بود که از دانشجویان مبارز دانشگاه انتقام بگیرد؛ انتقامی که عبرت همگان گردد.

روز بعد نیکسون به ایران آمد و در همان دانشگاه، در همان دانشگاهی که هنوز به خون دانشجویان بی گناه رنگین بود، دکترای افتخاری حقوق دریافت داشت و از سکون و سکوت گورستان خاموشان ابراز مسرت کرد و به دولت کودتا، وعده هرگونه مساعدت و کمک نمود و به رئیس جمهور امریکا پیغام برد که آسوده بخوابد.

واژه “دانشجو” و برداشت از آن به ویژه در ایران، نیازمند انقلاب و دگرگونی کلی و فکری است. دانشجویی یک مقطع نیست. دانشجویی تنها عنوانی برای ورود به یک طبقه اجتماعی در جامعه نیست. دانشجویی زمان برنمی دارد. دانشجویی یک مکتب است. دانشجو نمی میرد.





بعدی برای صدگان. برای آنکه حرف از عدد تشخیص داده شود، آنان بالای عدد خط کوتاهی می گذاشتند. برای نشان دادن عددهای بزرگتر از نشانه‌های اضافی استفاده می کردند. وقتی نشانه‌ای شبیه ویرگول را جلو عددی می گذاشتند، به معنای هزار برابر آن بود. برای ده هزار برابر عدد، یک نقطه جلو عدد می گذاشتند. اما شهرت فیثاغورس بیشتر به خاطر ارائه همان رابطه ی فیثاغورس در هندسه است. بعضی از ملل جهان، او را به عنوان یکی از هفت فرزانه جهان می شناسند. او و پیروان او تحت فشار فراوان قرار می گرفتند و سرانجام در سنین سال خوردگی، فیثاغورس ناچار شد تا از کراتون نیز مهاجرت نماید. در مورد مرگ او روایت های مختلف نقل شده است. گفته شده است که بالاخره متعصبان مذهبی و سیاسی، توده‌های مردم را علیه او شوراندند. مخالفان مکتب و معبد، او را آتش زدند و او در سال ۵۰۷ قبل از میلاد در میان شعله‌های آتش جان سپرد. به روایت دیگر نقل شده است که وقتی او و پیروانش تحت فشار قرار گرفتند، او به علت تحت فشار قرار گرفتن پیروان خود اقدام به خودکشی نمود. باید دانست که پیروان فیثاغورس تمام نظریاتشان را به "استاد" نسبت می دادند؛ بنابراین مشخص نیست که چه اندازه از آیین فیثاغورسی از خود فیثاغورس، و چه اندازه ی آن از شاگردانش است. در مکتب فیثاغورسی، عرفان عددی رشد زیادی کرد. قبول نسبت های کمی، به عنوان ماهیت همه ی چیز ها و جدا شدن از واقعیت های عینی و مادی، این مکتب را به سمت ذهن گرایی سوق داد. فیثاغورس می آموخت که معیار هر چیز مادی و غیر مادی عبارت است از عدد و بستگی هایی که بین عدد ها وجود دارد. به اعتقاد فیثاغورس، حتی مفهوم هایی که به کلی دور از ریاضی آتمی باشند، همچون "دوستی"، "درستی"، "شادی" و غیره را می توان به یاری بستگی های عددی روشن کرد. او معتقد بود که این مفهوم ها، چیزی جز شکل و یا نمونه ی این بستگی ها نیستند و به یاری عدد می توان همه ی خصلت های پنهانی را روشن کرد: عددی نماینده ی نیکی، دیگری معرف بدی، سومی معرف کامیابی و غیره. فیثاغورس اعتقاد داشت که روح هم چیزی جز عدد نیست، جاودان است و از یک انسان به انسانی دیگر منتقل می شود. عرفان عددی فیثاغورس و دنبال کنندگان این راه، لطمه های زیادی به پیشرفت دانش ریاضی وارد نمودند.

بنیان فلسفه فیثاغورس بر آموزش رازهای عدد قرار گرفته بود. به اعتقاد فیثاغورسیان، عدد، بنیان هستی را تشکیل می داد، علت هماهنگی و نظم در طبیعت اعداد بودند. عدد، قانون طبیعت بود که بر خدایان و بر مرگ حکومت می کرد و شناخت اعداد و رموز آنان شرط دستیابی به هرگونه علم و دانش بود. هر چه در جهان بود مظهري از اعداد بود.

پیروان نظریه او، فیثاغورسیان نامیده می شدند. آنان در هر علم و دانش ارتباط با اعداد را ملموس می دیدند. امروزه ما فیثاغورس را به جهت اصل مشهور او در هندسه می شناسیم. این اصل فرمولی است که در مورد نسبت های اضلاع مثلث قائم الزامه می باشد و بسیار مشهور است. اصل مذکور یکی از قدیمی ترین اصلهای علمی زمان قدیم به شمار می رود. (مربع وتر برابر است با مجموع مربع دو ضلع دیگر). مفاهیم متعدد دیگری نیز مانند تصاعدهای حسابی و هندسی و عددهای مربع کامل نیز بر پایه افکار فیثاغورس بناگذاری شده اند بر اساس همین مشاهده‌ها بود که مکتب فیثاغورسی اعتقاد داشت همه ی پدیده‌های جهان از ارتباطات معینی میان اعداد پیروی می کند. آنان میان فاصله ی بین اجرام آسمانی تا زمین نسبت های معینی را پیدا کردند و به همین دلیل به بررسی دقیق نسبت ها پرداختند.

آنها علاوه بر نسبت حسابی و هندسی، نوعی بستگی به نام بستگی همساز یا توافقی معروف را نیز کشف نمودند. سه عدد را به نسبت همساز گویند وقتی که وارون آنها به نسبت حسابی باشد. به زبان دیگر سه عدد تشکیل تصاعد همساز یا توافقی می دهند، وقتی وارون آنها تصاعد حسابی باشد. مکتب فیثاغورسی با اعتقاد به اعداد به بررسی و کشف ویژگی های عددها پرداختند و مقدمه نظریه اعداد را بنیان گذاشتند. با وجود این در مکتب فیثاغورسی هم مانند باور همه یونانی های آن زمان، عمل محاسبه دور از اعتبار خود که به فلسفه مشغول بودند، می دانستند. آنها مردمی را که به کارهای معیشتی و عملی می پرداختند پست می شمردند و لوژستیک می خواندند. به عقیده فیثاغورسیان حساب والا تر از نیازهای بازرگانی بود و به همین مناسبت در مکتب فیثاغورسی، حتی شمار عملی هم مورد توجه قرار نگرفت. آنها تنها در باره ویژگی های عددها کار می کردند. آنان ویژگی عدد را به کمک هندسه می یافتند. با این همه رواج نوعی دستگاه عدد نویسی در یونان را نیز به فیثاغورسیان نسبت داده اند. فیثاغورسیان در این نوع عدد نویسی که از فینیقی ها ریشه گرفته بود، از حروف الفبای فینیقی، برای نوشتن عددها استفاده نمودند: ۹ حرف اول الفبا برای عددهای از ۱ تا ۹، ۹ حرف بعدی برای نشان دادن دهگان (۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰، ۹۰) و ۹ حرف

ذهن زیبا



متولد: ۱۳ ژوئن ۱۹۲۸ (بلوفیلد، ویرجینیای غربی)

مرگ: ۲۳ مه ۲۰۱۵ میلادی (۸۶ سال) نزدیکی شهرستان کلاستر

ملیت: آمریکایی

رشته فعالیت: ریاضیات-اقتصاد

محل کار: مؤسسه فناوری ماساچوست- دانشگاه پرینستون

دانش آموخته ی: دانشگاه پرینستون - دانشگاه کارنگی ملون

دلیل شهرت: تعادل نش، هندسه جبری، معادله دیفرانسیل با مشتقات پاره

ای

جوایز: جایزه نوبل اقتصاد ۱۹۹۴ - جایزه آبل ۲۰۱۵

جان فوربز نش جونیور، ریاضیدان نابغه و برجسته ی آمریکایی و برنده ی جایزه نوبل اقتصاد بود که در سنین جوانی به بیماری روان گسیختگی (اسکیزوفرنی) از نوع پارانوئید مبتلا شد. جان نش صداهایی غیر واقعی را می شنید که او را از خطراتی موهوم حذر می دادند و وادارش می کردند کارهایی بر خلاف خواسته اش انجام دهد، رفته رفته بر شدت توهمات او افزوده شد و زندگی اش در آستانه فروپاشی قرار گرفت. کرسی استادی خود را در سال ۱۹۵۹ در دانشگاه از دست داد و بالاخره در بیمارستان بستری شد ولی در این دوران همسرش کنار او بود و به او بسیار کمک کرد. پزشکان بیماری اش را نوعی اسکیزوفرنی هذیانی (پارانوئید) تشخیص دادند. که با افسردگی خفیف و کاهش اعتماد بنفس همراه شده بود. جان فکر می کرد کمونیست ها می خواهند او را بدزدند و همه ی مردان دارای کراوات قرمز را علیه خودش می دانست. او با تمام توان سعی کرد تا محتوای ذهنی بیماری خود را ذره ذره اصلاح کند. این فرایند جبرانی، چیزی نزدیک به ۳۰ سال از بهترین سال های عمر او را گرفت، اما امید و اراده ای که او از خود نشان داد، کار خودش را کرد و ریاضی دان نابغه بالاخره توانست با بیماری خود کنار بیاید.

خودش اینطور می نویسد: به مرور زمان سعی کردم بخش بیمار ذهن خودم را شناسایی و پاک کنم. سعی کردم رفته رفته ذهنیت عالمانه ای را که از قبل داشتم، بازسازی کنم. این کار خیلی طول کشید، خیلی چیز هارا از من گرفت اما فکر می کنم الان دیگر بخش اعظم آن هذیان ها و آن توهمات را دور ریخته ام. اینکه در این سن و سال هنوز می توانم یک ریاضی دان رتئورسین فعال باشم، به این معنی است که من در مبارزه با بیماری ام موفق شده ام.

او از دانشگاه هاروارد پذیرش داشت، اما پرینستون او را بورسیه کرد تا آقای نابغه به این دانشگاه برود. پایان نامه اش فقط ۲۸ برگ داشت و استادانش با دادن نمره کامل به این رسانه مختصر، نشان دادند که به آینده ی او چقدر امید دارند. در فوریه ۱۹۵۷ با آلیشیا که در MIT فیزیک خوانده بود ازدواج کرد. یک سال بعد، شغل نش در MIT رسمی شد و سال بعدش هم فرزند

اول آنها به دنیا آمد. نش دارای دو فرزند پسر است. فرزند اول نش درست همزمان با شروع بیماری پدر دنیا آمد. وی نیز ریاضی دان است و درست مانند پدر به بیماری اسکیزوفرنی هذیانی مبتلاست. او نیز سال هاست که تحت نظارت و درمان پزشکان قرار دارد.

جان در تکامل نظریه بازی ها نقش بسیار مؤثری داشت. نظریه بازی ها شاخه ای از ریاضیات کاربردی است که در علوم اجتماعی و به ویژه در اقتصاد، بازار یابی، علوم سیاسی، روابط بین الملل و علوم کامپیوتر مورد استفاده قرار میگیرد. نظریه بازی سعی میکند یک فرمول ریاضی برای مدل سازی یک موقعیت استراتژیک پیدا کند.

طبق نظریات نش، پیروزی در هر موقعیت یا بازی، تنها تابع شانس نیست بلکه اصول و قوانین ویژه خود را دارد. همین تحقیقات، برای نش جایزه ی نوبل اقتصاد ۱۹۹۴ را به همراه آورد.

او در سال ۱۹۹۹ از دانشگاه کارنگی ملون، دکترای افتخاری علوم و تکنولوژی دریافت نمود. همچنین در سال ۲۰۰۳ از دانشگاه فدریکوی دوم بابل (ایتالیا) دکترای افتخاری اقتصاد و در سال ۲۰۰۷ از دانشگاه آنتورپ (بلژیک) دکترای افتخاری دیگری در همین رشته (اقتصاد) دریافت داشت.

در تاریخ ۲۳ مه ۲۰۱۵ جان و همسرش از فرودگاه به سمت خانه شان در نیوجرسی در حرکت بودند که تاکسی آنها تصادف کرد. علت تصادف تاکسی حامل وی و همسرش، عدم کنترل خودرو توسط راننده هنگام سبقت اعلام شد. جان یک هفته پیش از مرگ به همراه لوییس نیرنبرگ که سالها با هم کار کرده بودند به نوروژ سفر کرده بود تا جایزه ی آبل را از هارالد پنجم پادشاه نوروژ دریافت کند، آنها در روز حادثه از نوروژ به آمریکا باز گشته بودند.

فیلم یک ذهن زیبا (beautiful mind) با بازی راسل کرو و کارگردانی ران هوارد درباره ی زندگی او ساخته شده است؛ همچنین مستند جنون درخشان که نگاه دقیق تر و وفادارتری به زندگی او داشته است.



وسیله ای ساده برای

تدریس مثلثات

کاربرد مسئله ی جفت دوائر طوسی برای ساخت دایره ی مثلثاتی

متحرک

در این بخش، روش ساخت وسیله ای را برای تدریس مفاهیم مثلثات ارائه می دهیم. ما به تجربه در کلاس درس دریافتیم که استفاده از این وسیله، موجب آموزش کارآمد تر و تعمیق مفاهیم مربوط به درس مثلثات می شود و بدین سبب، چگونگی ساخت این وسیله را به همکارانمان ارائه می دهیم.

نام وسیله: دایره ی مثلثاتی متحرک

مخاطبان: دانش آموزان دوره ی دبیرستان و پیش دانشگاهی، دانش جویان فنی، دانشجوی معلمان و دبیران

هدف: ساخت وسیله ای متحرک و پویا برای آموزش نسبت های مثلثاتی سینوس و کسینوس و تعدادی از روابط مثلثاتی.

مواد و وسایل لازم:

- مقوای ماکت سازی به ضخامت ۱۰ میلی متر برای کشیدن دایره های با شعاع های ۱۱ و ۱۲ سانتی متر؛

- طلق شقاق (بی رنگ) دایره ای شکل به شعاع ۱۲ سانتی متر؛
- کش نازک؛

- طلق شفاف به ابعاد ۱ سانتی متر در ۳ سانتی متر و به ضخامت ۱,۵ میلی متر (برای تهیه ی این طلق می توانید از قاب دیسکت یا سی دی استفاده کنید)؛

- پرچ ماده (۱ عدد) (از این پرچ ها در کفافی یا خیاطی برای پوشاندن دور سوراخ روی چرم - سوراخ بند کفش - استفاده می شود)؛

- واشر کوچک؛

روش ساخت:

ابتدا دایره ای مقوایی به شعاع ۱۲ سانتی متر را در نظر می گیریم، سپس دو دایره به شعاع های ۷ میلی متر و ۱۱ سانتی متر به مرکز دایره ی ۱۲ سانتی متری رسم می کنیم. مطابق شکل ۱، شیارهایی به ضخامت ۳ میلی متر به صورت علامت جمع (با استفاده از تیغ موکت بر) در امتداد خط چین می بریم (باید مواظب باشیم که دایره ی به شعاع ۷ میلی متر بریده نشود).

چکیده

ضرورت وجود وسیله ای ساده ای برای تدریس درس مثلثات، ما را بر آن داشت که با استفاده از قضیه ی هندسی معروف مسئله ی جفت دوائر طوسی، وسیله ی متحرکی طراحی کنیم که به راحتی توسط معلمان و دانش آموزان ریاضی قابل ساخت و تولید بوده و در ضمن، اکثر درس مربوط به مثلثات به کمک آن، به صورت شفاهی قابل بیان باشد. تجربه ی تدریسی مولفان نشان داده است که ساخت این وسیله توسط دانش آموزان، موجب درک عمق تر آنان از درس هندسه و مثلثات خواهد شد. مولفان به این باور رسیده اند که یادگیری مفهومی یک موضوع ریاضی از طریق دسته ورزی و مشاهده ی عینی، این امکان را برای دانش آموزان فراهم می آورد که مفاهیم این درس ها در ذهن آن ها نهادینه شود.

کلید واژه ها: مثلثات، جفت دوائر طوسی، یادگیری مفهومی، ابزار کمک آموزشی

مقدمه

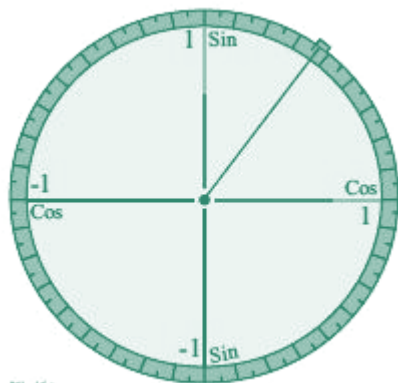
در این مقاله، برای نشان دادن چگونگی ساخت وسیله ای ساده برای تدریس مثلثات ابتدا به معرفی قضیه ی هندسی معروف به مسئله ی جفت دوائر که توسط خواجه نصیر الدین طوسی ارائه شده می پردازیم. سپس کاربرد این قضیه را برای ساخت دایره ی مثلثاتی متحرک توضیح می دهیم و بالاخره، روش استفاده از این وسیله را بیان می کنیم.

جفت دوائر خواجه نصیر الدین طوسی

اولین بار، خواجه نصیر الدین طوسی در نجوم برای مدل حرکت دو سیاره، طرح هندسی را ابداع کرد که امروزه این مساله، به جفت دوائر طوسی معروف است. اما در منابع خارجی، به مساله ی چرخ کاردان شهرت دارد. این مساله، حرکت دورانی را به حرکت راست خط (مستقیم الخط) و بر عکس تبدیل می کند.

قضیه. اگر دایره ای به شعاع $2r=R$ از روی محیط داخلی دایره ای به شعاع $2r=R$ بدون لغزش بچرخد هر نقطه از دایره ی کوچک، قطری از دایره ی بزرگ را به طور نوسانی می پیماید.

پشتی که طلق به آن متصل است، کش نیز حرکت کرده و زاویه ی مربوطه را با محور افقی مشخص می کند (شکل ۳)



شکل (۳)

روش استفاده از وسیله در کلاس درس

در جلسه ی اول، با این وسیله، ابتدا می توان دایره ی مثلثاتی به شعاع ۱، محورهای سینوس و کسینوس و همچنین زاویه های ساعتگرد و پادساعتگرد را با هر اندازه، به دانش آموزان معرفی نمود. در ضمن، می توان چهار ربع دایره ی مثلثاتی و علامت نسبت های سینوس و کسینوس را در هر ربع مشخص کرد و تغییرات مقدار سینوس و کسینوس را به صورت هم زمان بین ۱ و -۱، به صورت شهودی و ملموس نشان داد.

حال زاویه را برابر صفر در نظر می گیریم (در این حالت، کش برمحور کسینوس منطبق است)، مشاهده می کنیم که کل شیار محور کسینوس، قرمز رنگ و کل شیار محور سینوس، سفید رنگ است.

$$\sin(0)=0 \text{ و } \cos(0)=1$$

با چرخاندن دایره ی زیرین، زاویه افزایش می یابد و از طول نوار قرمز در شیار کسینوس کم شده و رفته رفته به طول نوار قرمز متحرک در شیار سینوس اضافه می شود، یعنی سینوس زاویه بیش تر و کسینوس زاویه کم تر می شود (در ربع اول) در حالت زاویه ی ۴۵ درجه، با رسم عمودهایی بر محورهای سینوس و کسینوس، مشاهده می کنیم که مقدار سینوس و کسینوس برابر هستند (شکل ۴). البته می توان مقادیر سینوس و کسینوس را برای زاویه های خاص دیگری نیز نشان داد. اما بهتر است این کار به جلسات بعدی موکول شود تا نخست، استفاده از وسیله ی کمک آموزشی تا حد امکان، برای دانش آموزان ساده و قابل فهم شود. در حالت زاویه ی ۹۰ درجه میبینیم که

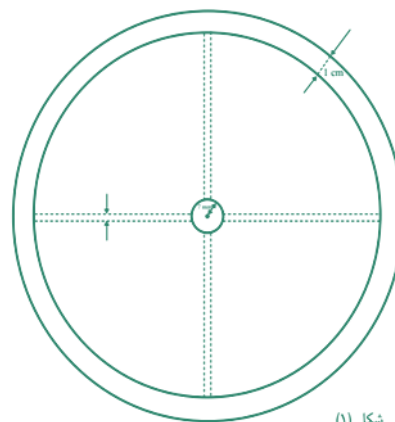
$$\sin(90) = 1 \text{ و } \cos(90) = 0 \text{ است.}$$

هم چنین، مقادیر سینوس و کسینوس ۱۸۰ و ۲۷۰ و ۳۶۰ درجه نیز قابل مشاهده است. هم چنین، مقادیر سینوس و کسینوس ۱۸۰ و ۲۷۰ و ۳۶۰ درجه نیز قابل مشاهده است. یکی دیگر از کاربردهای این وسیله، در آموزش روابط بین نسبت های مثلثاتی است. تجربه ی استفاده از این وسیله در تدریس های خودمان نشان داده است که به کمک آن، در دانش آموزان درک شهودی قابل توجهی از این مفاهیم مثلثاتی مانند زیر، ایجاد می شود.

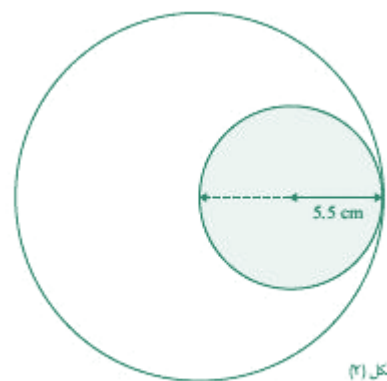
$$\sin(30) = -\sin(-30), \cos(30) = \cos(-30)$$

یعنی مقدار سینوس ۳۰ درجه و سینوس ۳۰ - درجه برابر ولی قرینه ی هم اند. همچنین کسینوس ۳۰ درجه و کسینوس ۳۰ - درجه هم از نظر مقدار و هم از نظر علامت یکسان هستند. در ضمن علامت تانژانت و کتانژانت را نیز می توان

برای استحکام بیشتر این شکل به دست آمده، طلق شفاف (بی رنگ) به شعاع ۱۲ سانتی متر را با استفاده از چسب مایع به دقت پشت این دایره می چسبانیم. برای نشان دادن اندازه ی زاویه، نوارین دایره های به شعاع ۱۱ و ۱۲ سانتی متر را با استفاده از نقاله، به ۳۶ قسمت تقسیم می کنیم که هر قسمت نشانگر ۱۰ درجه است (شکل ۳).



شکل (۱)



شکل (۲)

اینک نوبت به دایره ای به شعاع ۱۱ سانتی متر می رسد. مطابق شکل (۲)، دایره ی شبرنگی به شعاع ۵.۵ سانتی متر را روی دایره ی دیگری که قبلاً به شعاع ۱۱ سانتی متر داشتیم می چسبانیم.

بعد شکل (۲) را زیر شکل (۱) قرار داده و با استفاده از واشر کوچک و پرچ ماده، آنها را به هم محکم می کنیم. این دو باید طوری روی هم پرچ شوند که دایره ی زیری به صورت روان، حول محل پرچ، دور خود بچرخد. هنگام چرخیدن متوجه می شوید که دایره ی قرمزی زیری، محورهای افقی (محور کسینوس ها) و محور عمودی (محور سینوس ها) را قطع می کند. حال برای مشخص شدن زاویه ی این نسبت ها، طلق ۱ در ۳ را با اندکی حرارت به شکل U خم می کنیم به طوری که یک ساق آن یک سانتی متر و ساق دیگر آن ۱.۵ سانتی متر باشد. سپس قسمت بلندتر را با استفاده از چسب مایع به پشت دایره با شعاع ۱۱ سانتی متر می چسبانیم طوری که محیط دو دایره داخل شکل U قرار گیرند و به صورت آزاد روی هم حرکت کنند. اینک یک سر کش نازک را از داخل پرچ ماده عبور داده و در آن جا با گرهی ثابت کنید. سپس سر دیگر را روی ساق کوتاه طلق U شکل که در قسمت جلوی وسیله قرار گرفته با استفاده از چسب مایع محکم کنید. حال با چرخاندن دایره ی

با توجه به تعریف آن ها و به کمک علامت های سینوس و کسینوس ، به دست آورد . در ادامه چند مثال دیگر را برای زاویه های بین ۰ و ۹۰ درجه مشاهده می کنیم :

رابطه ی ۱ :

$$\sin(-x)=-\sin(x) \text{ یا } \sin(x)=-\sin(-x)$$

$$\cos(-x)=\cos(x)$$

رابطه ی ۲ :

$$\sin(180-x)=\sin(x)$$

$$\cos(180-x)=-\cos(x)$$

رابطه ی ۳ :

$$\sin(180+x)=-\sin(x)$$

$$\cos(180+x)=-\cos(x)$$

رابطه ی ۴ :

$$\sin(90-x)=\cos(x)$$

رابطه ی ۵ :

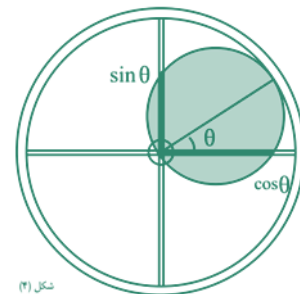
$$\cos(90-x)=\sin(x)$$

رابطه ی ۶ :

$$\sin(90+x)=\cos(x)$$

رابطه ی ۷ :

$$\cos(90+x)=-\sin(x)$$



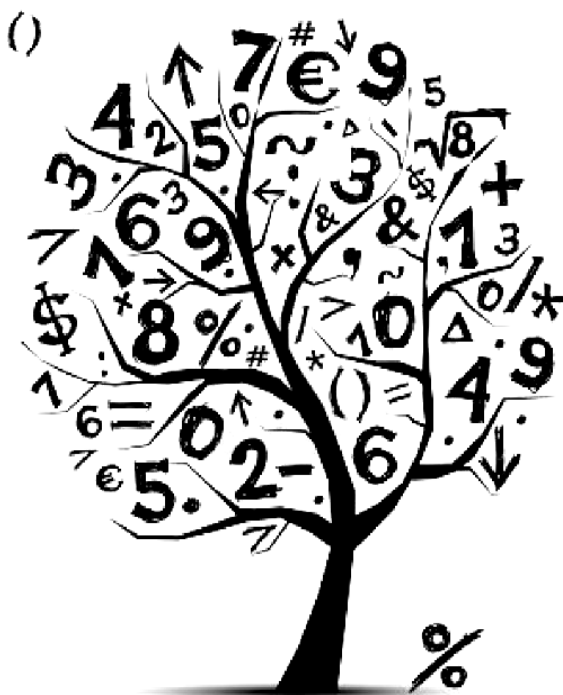
شکل (۳)

طبیعی است که در صورت تمایل ، معلمان و دانش آموزان می توانند با این وسیله روابط مثلثاتی دیگر را مورد بررسی قرار دهند .

منابع :

شرف الدین ، احمد ، (۱۳۷۳) ، هندسه دلپذیر ، انتشارات مدرسه

تیموری ، قاسم ، (۱۳۷۹) ، ساخت دست سازه های ریاضی با طلق و مقوا (متحرک سازی خطوط نمودار ها ، انتشارات موسسه ی مادی تربیت



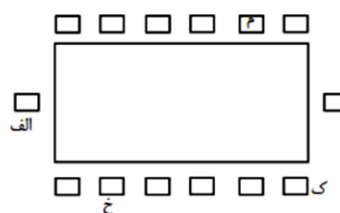
ریاضیات نهفته در سرزمین عجایب آلیس

گفته ی دولین (۲۰۱۰) تغییراتی را که در دیسیپلین ریاضی در حال وقوع بود، دوست نداشت و در توضیح این ادعا، بیان می کند که از نظر کارول، «جبر فقط درباره ی اعداد بود»، درحالی که در قرن نوزدهم، ریاضیدان ها مشغول تولید انواع جبرهای عجیب و غریبی بودند که در آن ها، ضرب در X ، مساوی X ضرب در Y نبود! دولین شرح می دهد که کارول با بیان این که «کلاغ از یک میز تحریر خوشش می آید»: می خواست نشان دهد که ریاضیات جدید معنایی برای وی نداشت. برای کارول قابل درک نبود که چرا «بسیاری از چیزهایی را که هر شخصی با عقل سلیم ممکن است بگوید با هم فرق دارند، در این ریاضیات جدید مثل هم می شوند» و کارول، این نوع نگاه را هزل می کرد. بنابراین، در پس جنون مهمانی چای سرزمین عجایب، ریاضیات جدیدی نهفته است، با کمی خوراکی! آلیس چهار شخصیت را در این مهمانی چای پیدا کرد اما دولین معتقد است که کارول، به طور تعمدی یکی از شخصیت ها را در آن مهمانی، جا انداخت و آن زمان بود! دولین بیان می کند که چرا؟!

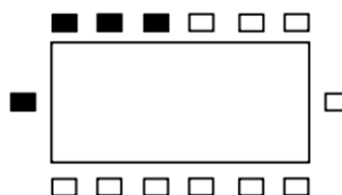
یکی از کارهای ریاضی مورد توجه در آن زمان، کارهایی بود که توسط ریاضی دان معروف ایرلندی - ویلیام هامیلتون - انجام شده بود و کارول از علاقه مندان کارهای او نبود- حساب جدیدی که به آن کوانترنیون (چهارگان) می گفتند و این اعداد، برای شمارش نبودند بلکه برای درک دوران ها بودند. کارول تلاش می کرد تا این حساب جدید را به طور فیزیکی درک کند و مهمانی چای، مصداقی برای آن است! از نظر کارول، یکی از چهارگان ها باید زمان باشد و زمان به طور مرموزی توسط سه عدد دیگر محصور شده است و بدین سبب، در مهمانی چای، شخصیت زمان غایب است. به گفته ی دولین، تصور کارول این بود که «آن چه هامیلتون گفت، این بود که اگر متغیر زمان را از چهارگان ها کنار بگذاریم، اعداد شروع به دوران می کنند - آن ها جایی نمی روند!» درست مثل شخصیت هایی که دور میز می چرخیدند و ژاکوب (۱۹۸۲) از آن ها با ظرافت و زیبایی، برای معرفی یک مبحث جدی ریاضی یعنی شمارش، استفاده نموده است. درحقیقت، وقتی که کلاهدوز و خرگوش فروردینی سعی کردند که موش زمستان خواب را توی قوری فشار دهند، تلاش می کردند که به گونه ای، از این پیچیدگی فرار کنند یا اگر خواسته باشید، یکی دیگر از ضرایب را به دور اندازند تا زندگی به حال طبیعی بازگردد (دولین، ۲۰۱۰). دولین باور دارد که پیام کارول این بود که «از دست این پیچیدگی خلاص می شویم! فقط بگذارید که به هندسه ی آشنای قدیمی که از زمان اقلیدس داشتیم، بازگردیم!»

در مقابل خانه زیر یک درخت، میزی قرار داشت و دور آن، خرگوش فروردینی و کلاهدوز، مشغول نوشیدن چای بودند، درحالی که موش زمستان خواب بین آن ها نشسته بود و عمیقاً خوابش برده بود. آن دو، از او به عنوان بالش استفاده کرده بودند و درحالی که آرنج هایشان را روی او گذاشته بودند، از بالای سرش با هم حرف می زدند....

آن میز، بزرگ بود ولی این سه، در یک قسمت آن نشسته بودند. وقتی که دیدند آلیس دارد به سمت آن ها می آید، هر سه با هم فریاد زدند «جا نیست! جا نیست!» آلیس با اوقات تلخی به آن ها گفت «خیلی هم جا هست» و روی یک صندلی بزرگ دسته دار در بالای میز نشست. -اگر دور میز ۱۲ صندلی بود، به چند راه مختلف، آلیس و خرگوش فروردینی و کلاهدوز و موش زمستان خواب، می توانستند دور آن بنشینند؟ (یک راه آن در شکل زیر نشان داده شده است).



-دور میز، چندسری جای پشت سر هم برای چهار نفر وجود دارد؟ (یک نمونه، شکل زیر است)



به چند راه مختلف، آلیس و خرگوش فروردینی و کلاهدوز و موش زمستان خواب، کنار هم بنشینند که بین آن ها، جای خالی نباشد؟ (برگرفته از کتاب ریاضی یک تلاش انسانی (چاپ دوم)، نوشته ی اچ، ژاکوب، ۱۹۸۲، ص ۳۹۴ - مقدمه ی بخش مربوط به جایگشت ها و ترکیبیات).

لوئیس کارول که نام واقعی او چارلز داگسون است، استاد ریاضی دانشگاه آکسفورد بود و به یک ریاضی دان سنتی و محافظه کار معروف بود؛ که به

ریاضیات افسانه‌ای

از افسانه‌های آلیس نوشته شده‌اند یا مانند ژاکوب، به نوعی از استعاره‌های ریاضی کارول و ماجراهای آلیس استفاده کرده‌اند، شگفت زده می‌شوید! «لوئیس کارول کاری کرد که هیچ کس موفق به انجامش نشده بود. به دنیای کودکی برگشت و از نو خلقش کرد. ماجراهای آلیس در سرزمین عجایب کتابی برای کودکان نیست، تنها کتابی است که در آن، همه‌ی ما می‌توانیم دوباره کودک شویم» (ص ۴). منابع کارول، لوئیس؛ آلیس در سرزمین عجایب. ترجمه‌ی زویا پیرزاد (چاپ پنجم، ۱۳۸۹). چاپ فرارنگ



مارتین گاردنر که اخیراً با زندگی فانی وداع کرد، یکی از معروف‌ترین مروجان ریاضی در بین جوانان و مردم عادی و حرفه‌ای از تمام بخش‌های اجتماعی - فرهنگی بود. هنر گاردنر استفاده از بازی و افسانه و تخیل و معما در عمومی کردن ریاضی بود. گاردنر علاقه‌ی ویژه‌ای به افسانه‌ی آلیس در سرزمین عجایب داشت و سال‌ها در روزنامه‌های مختلف، ستون‌های ویژه‌ای را برای واکاوی این افسانه اختصاص داده بود. وی در سال ۱۹۶۰ کتاب مشروح آلیس در سال ۱۹۹۰ کتاب مشروح تر آلیس و بالاخره نسخه‌ی قطعی مشروح آلیس را در سال ۲۰۰۰ میلادی منتشر کرد که درواقع هر سه کتاب، مجموع نوشته‌های گاردنر در روزنامه‌های پر مخاطب بود که درباره‌ی ریاضیات نهفته در افسانه‌ی آلیس نوشته بود. ریاضیات نهفته در افسانه‌ی آلیس، ممکن است برای بسیاری شگفت‌انگیز باشد، اما از نظر ریاضی دان‌ها نیز «کارول واقعاً یک ریاضی دان بود» و حتی عددهایی را در افسانه‌های خود وارد کرده است - مثل عدد ۴۲ در فصل پایانی کتاب که مربوط به شهادت آلیس در دادگاه شاه است - برای ریاضی دان‌ها رمز و رازهای فراوان دارد که یکی از آن‌ها از نظر داولین این است که عدد ۴۲ در مبنای دو دویی ۱۰۱۰۱۰ است!

در سال ۲۰۰۹ ملانی بیلی، از رساله‌ی دکتری خود در دانشگاه آکسفورد دفاع کرد که موضوع آن، تجزیه و تحلیل ریاضیات نهفته در دو افسانه‌ی مربوط به آلیس بود و تعدادی از کنایه‌ها و اشاره‌های مستتر در آن را شناسایی نمود. کارول در افسانه‌ی آلیس در آینه، صحنه‌ای را به تصویر می‌کشد که در آن، یک نقشه در آینه، آن قدر بزرگ شده که اندازه‌ی هر سرزمینی، به اندازه‌ی واقعی‌اش شده و درحقیقت، کارول تناظری یک به یک بین نقشه و هر سرزمین برقرار کرده و آن، یک تابع همسانی ساخته است، کاری که از نظر کارول، اگرچه در دنیای ریاضی کاملاً محتمل است، اما در دنیای فیزیکی غیرممکن است. شاید عجیب‌ترین قسمت این افسانه، این باشد که ریاضیات عمیق و بحث‌انگیزی در آن نهفته است که لوئیس کارول با هنرمندی تمام، کتاب را هم برای کودکان خواندنی و هیجان‌انگیز کرده است و هم بیش از صد سال است که ریاضی دان‌ها از اثر ماندگار وی الهام گرفته‌اند و در جست و جو‌ی کشف کنایه‌ها و رمز و رازهای افسانه‌های آلیس هستند که یکی از شاخص‌ترین این علاقه‌مندان، مارتین گاردنر بود؛ کسی که با قلم و خلاقیت بی‌مانند خویش، افراد بسیاری را با جنبه‌های رسمی و غیررسمی ریاضیات مدرسه‌ای آشنا نمود و در آن‌ها، انگیزه‌ی یادگیری ریاضی ایجاد کرد. برای آشنایی بیشتر با فعالیت‌های انجام شده‌ی ریاضی که تحت تأثیر کارول انجام شده، می‌توانید به انجمن لوئیس کارول در آمریکای شمالی از طریق www.lewiscarroll.org مراجعه نمایید. هم‌چنین، اتحادیه‌ی ریاضی آمریکا (MAA) اطلاعات جالبی درباره‌ی کارول ارائه می‌دهد و در پایان، اگر فقط جست و جویی با کلیدواژه‌ی گاردنر و آلیس در سرزمین عجایب یا ریاضی و آلیس در سرزمین عجایب در هریک از موتورهای جست‌وجو انجام دهید، از بزرگی تعداد کتاب‌های ریاضی مدرسه‌ای و دانشگاهی و آموزشی معلمان که با الهام گرفتن

نقطه بازی

حالت بازیکنی که اولین زنجیر را باز می کند برنده است، چون او در هر حرکت کمترین امتیاز را می دهد و بیشتر از حریف امتیاز به دست می آورد. اما اگر تعداد زنجیرها فرد باشد بازیکنی که اولین زنجیر را باز می کند، شکست خواهد خورد چون حریف او آخرین حرکت بازی را انجام خواهد داد. به همین دلیل است که در بازی نمونه بتی آلفرد را شکست می دهد: تعداد زنجیرها فرد بوده است و آلفرد اولین زنجیر را باز کرده است. به علاوه ترتیب بازی، پس از قفل شبکه بستگی به زوج یا فرد بودن تعداد حرکت های قبل از این وضعیت دارد. اگر تعداد آنها زوج بوده است آلفرد اولین حلقه را باز خواهد کرد بتی برنده اولین ناحیه می شود. اما اگر این تعداد فرد بوده باشد بتی اولین حلقه را باز خواهد کرد و آلفرد اولین امتیاز را خواهد گرفت.

از این رو اگر آلفرد بخواهد برنده بازی شود، باید مطمئن شود که تعداد حرکت های قبل از قفل شبکه و نیز تعداد زنجیرها در قفل شبکه هر دو زوج و با هر دو فرد باشد. به عکس، اگر بتی بخواهد برنده شود باید مطمئن شود که یکی از اعداد زوج و یکی فرد باشد. بررسی محتاطانه شبکه در چند حرکت مانده به قفل شبکه، اغلب می تواند در رسیدن به این اهداف کمک کند. من این استراتژی را بازی سطح یک می نامیم.

اما اگر استراتژی سطح یک شکست خورد، چه باید کرد؟

فرض کنید که آرتور با وجود بهترین تلاش برای رسم خطوط شبکه به نفع، خود را در وضعیت نشان داده شده در حرکت دوازدهم از شکل ۱ ببیند. به نظر می رسد که او هنوز هم می تواند با استراتژی سطح دوی زیر پیروز شود. در حرکت سیزدهم، او زنجیری با دو مربع را باز می کند. در حرکت بعدی، بتی مدعی آن ناحیه می شود و زنجیری با سه مربع را باز می کند، اما در حرکت پانزدهم، آلفرد از قبول تمام سه مربع در آن زنجیر امتناع می کند و فقط یک مربع را تصاحب می کند و سپس خط پایینی چهارخانه را رسم می کند تا یک مستطیل بسته به جا گذارد، که من آن را یک دو مینو می نامم.

من هرگز از حیرت درباره ی پیچیدگی های ریاضی که در ذات چیزی که به نظر می رسد ساده ترین بازی ها باشد، باز نمی مانم. به عنوان مثال، سرگرمی نقطه بازی بچه ها را در نظر بگیرید. نسل هایی از بچه ها، در مرحله دبستان این بازی را انجام داده اند؛ ولی من شک دارم حتی یک نفر در یک میلیون، این بازی را تا حد امکان، خوب انجام داده باشد. الوین براء کامپ، ریاضی دانی از دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، در کتاب جدید خود، بازی نقطه بازی (کی، پیتروز، ۲۰۰۰)، نکته سنجی های زیادی را شرح داده است.

ابتدا به مرور قوانین بازی می پردازیم. این بازی با یک شبکه ی مستطیلی از نقاط شروع می شود. بازیکن ها به نوبت بین نقطه های مجاور، خطوط عمودی یا افقی (و به مورب) رسم می نمایند. زمانی که یک بازیکن ضلع چهارم یک مربع را رسم کرد، حرف اول اسم خود را درون آن می نویسد و دوباره بازی می کند (و بازی را تا وقتی مربع هارا کامل می کنند ادامه می دهد). در انتهای بازی، بازیکنی که بیش ترین تعداد مربع ها را به خود اختصاص داده باشد؛ برنده ی بازی است.

ما بازیکن اول را آلفرد و بازیکن دوم را بتی می نامیم. شکل شماره ی ۱، نمونه ای از یک بازی را روی شبکه ی ۴*۴ نشان می دهد که در آن طرفین از ابتدایی ترین استراتژی ها، که من بازی سطح صفر می نامم، استفاده می نمایند. این دو نفر تلاش می کنند تا جایی که امکان دارد خط سوم یک مربع را رسم نکنند تا طرف مقابل نتواند با کشیدن خط چهارم، مربعی را به نام خود کند. در نتیجه شبکه به یک سری زنجیر - ناحیه هایی به شکل مار و محدود به خط ها تقسیم می شود. به مجردی که یک بازیکن یک مربع از یک زنجیر را تصاحب می کند، تصاحب مربع ها را ادامه می دهد تا تمام ناحیه در اختیار گرفته شود. در مرحله ای از بازی، تمام شبکه به یک چنین زنجیر هایی تقسیم می شود من آن را قفل شبکه می نامم. پس از این که قفل شبکه باز شد، بازیکن بعدی معمولاً خطی را در کوتاه ترین زنجیر در دسترس می کشد و در نتیجه به نفر مقابل خود کمترین مربع را می دهد. (این حرکت، باز کردن زنجیر نامیده می شود). نفر مقابل نیز پس از تصاحب مربع ها، خطی را رسم می کند که کمترین امتیاز را برای بازیکن دیگر در پی داشته باشد. در مثال نشان داده شده در شکل ۱، بتی در حرکت دوازدهم یک چنین حالتی را به وجود می آورد. می توان دید که شکل به سه زنجیر تقسیم شده است که به ترتیب هر کدام حاوی دو، سه و چهار مربع است. در حرکت سیزدهم، آلفرد زنجیره ای با دو مربع را به بتی می دهد و بتی نیز زنجیره ای با سه مربع را به او واگذار می کند تا آلفرد نیز مجبور به تسلیم زنجیره ای با چهار مربع به بتی گردد و در نهایت بتی با نتیجه ی شش بر سه برنده می شود.

در بازی سطح صفر دو عامل، تعیین کننده برنده ی بازی است: اول آنکه پس از رسیدن به قفل شبکه، آیا تعداد زنجیرها فرد است یا زوج و دوم آنکه نوبت کدام بازیکن می باشد. فرض کنید که در قفل شبکه تعداد زنجیرها زوج است. در این



عنوان: _____



نقطه بازی انچنان بازی پیشرفته ای است که استراتژی کامل پیروز شدن

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

تلاش و کثرت که حاصل شود این مجموعه فرد را

بنی نارس می شد تا معمم شود این مجموع کرد می باشد.

ریاضیات اسرارآمیز

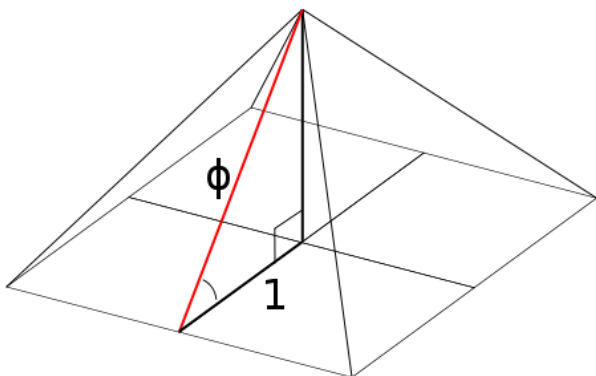
اهرام

مصر

مقیاس های اندازه گیری در مصر باستان:

مقیاس اندازه گیری که در مصر باستان در ساختن هرم از آن استفاده شده ، cubit نام دارد . امروزه فقط تعداد انگشت شماری از ابزارهای اندازه گیری که مصریان باستان از آنها استفاده می کردند در دسترس است و البته هر یک از آنها طولی متفاوت با دیگری دارد . بنابراین ، متخصصان تلاش کرده اند تا با استفاده از اندازه های هرم بزرگ ، اندازه ی آرش حقیقی را کشف کنند که این کشف در سال ۱۳۰۴/۱۹۲۵ اتفاق افتاد و محققان اندازه آرش را معادل $36/52$ سانتی متر محاسبه کردند . این اندازه به طرز عجیبی توسط محققان مختلف که با روش های مختلف به محاسبه آن پرداخته بودند ، یک اندازه به دست آمد . راحت ترین راه رسیدن به این عدد این است که دایره ای به قطر یک واحد رسم کنیم و محیط آن را که برابر با عدد پی خواهد بود بر ۶ تقسیم کنیم تا به عددی که محققان برای آرش محاسبه کرده اند برسیم . برای کشیدن هرم هم می توانیم مربعی رسم کنیم و نقطه وسط آن یعنی نقطه تقاطع دو قطرش را بالا ببریم تا انواع مختلفی از هرم به دست بیاید . اما اگر دایره ای با محیط برابر با محیط این مربع ترسیم کنیم ، شعاع این دایره برابر با ارتفاع هرمی خواهد بود که مقیاسی قیاسی از هرم بزرگ است . به همین دلیل است که هرم بزرگ هم عدد پی و هم عدد فی یعنی نسبت طلایی را در خود دارد ، که

هم
در

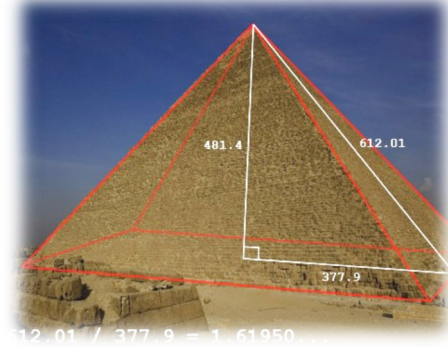


ظاهر بیرونی و هم در اتاق بالایی نمایان است.

در طول تاریخ، بسیاری در مورد اهرام مصر گفته و نوشته اند. روایت "هرودوت" از نحوه ی ساخته شدن اهرام و روایت "پلیندالدا" درباره اینکه چه کسانی اهرام را ساخته اند، خواندنی است. اما چیزی که بیشتر از همه جذاب است ، نسبت های عددی است که در ساخت اهرام از آن استفاده شده ؛ نسبت هایی که هنوز کسی از چگونگی ورودشان به اهرام مصر اطلاعی دقیقی ندارد . ماجرای کشف این اعداد برمی گردد به سال ۱۲۳۸/۱۸۵۹ آن زمان یک انگلیسی به نام "جان تیلر" رابطه عجیبی را در هرم بزرگ پیدا کرد . او متوجه شد که اگر محیط قاعده هرم را به دو برابر ارتفاع آن تقسیم کنیم ، عدد پی به دست خواهد آمد . این کشف در زمان خود ، سرو صدای زیادی به پا کرد و باعث بحث های بسیاری شد . عده ای فکر می کردند که این کشف تصادفی است . عده دیگری هم معتقد بودند که دست نیرویی برتر در کار است. اما هیچ کس مطمئن نبود این نظم در اهرام کاملاً اتفاقی است یا نشان از دانش و علم سازندگان آن دارد ؟

نظم های ریاضی دیگر در هرم بزرگ:

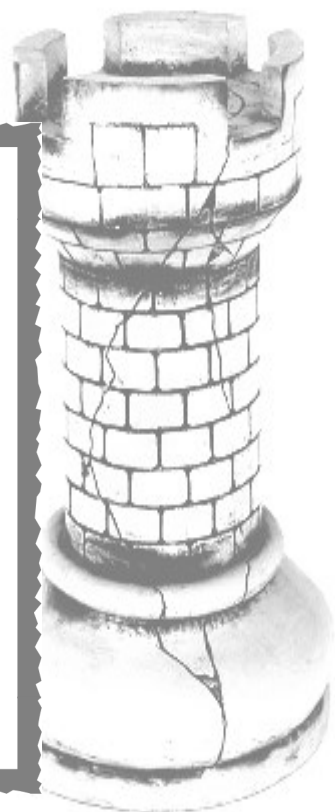
عدد پی ، تنها نظم ریاضی هرم نیست . اگر بخش های مختلف مقطع هرم را با هم بررسی کنیم ، می بینیم که نسبت ارتفاع آنها از پای هرم ، کسر های دقیقی از ارتفاع کلی هرم بزرگ هستند . همین طور اگر مساحت چهار سطح اطراف هرم را بر مساحت قاعده آن تقسیم کنیم ، عدد طلایی مشهور به دست خواهد آمد. اگر ارتفاع هرم بزرگ را از عرض آن کم کنیم ، به عدد $16/314$ متر خواهیم رسید ؛ یعنی صد برابر عدد پی . جالب اینکه نظم هایی این چنینی در اتاق بالایی هم دیده می شود . طول این اتاق ۱۰ برابر پی است و اگر عرض اتاق را از آن کم کنیم به ۱۰ برابر عدد طلایی می رسیم . حقیقت این است که اگر اندازه ی هرم بزرگ فقط نیم متر کمتر یا بیشتر می بود دیگر شاهد هیچ این نظم ها



استحکامات دفاعی

و

قضیه هم پیرامونی



مقدمه:

درباره کاربردهای متنوع ریاضیات در رفع نیازهای متعدد بشر در برهه های گوناگون تاریخ بسیار خواننده و شنیده ایم.

در اینجا می خواهیم درباره کاربرد ریاضیات در زمینه امور دفاعی و نظامی صحبت کنیم و در این میان به یکی از مهم ترین قضایای هندسی، یعنی قضیه هم پیرامونی ۱ و اثبات آن که در کتابهای هندسی کمتر به آن اشاره شده است، بپردازیم.

بیایید از تاریخ شروع کنیم!

صنعت ساخت استحکامات به منظور حمایت از افراد و خانواده ها در برابر تعرض دشمنان، قدمتی به اندازه تاریخ تمدن بشری دارد. این واقعیت، غم انگیز است که اغلب نشانه های باقیمانده از تمدن های بشری، استحکامات دفاعی است! حتما شنیده اید که تنها دست سازه آدمی که از کره ماه قابل مشاهده است، دیوار بزرگ چین است که در حدود ۲۴۰ سال قبل از میلاد مسیح (ع) به وسیله چینی ها و برای دفاع از خودشان در برابر حملات مغول ها ساخته شده است. وقتی یک شهر قدیمی حفاری می شود، اغلب اوقات اولین چیزهایی که مشاهده می شود همین استحکامات است.

واژه قلعه (castle) برگرفته از واژه رومی castelhim به معنی اردوگاه نظامی مستحکم شده است و castrum به معنای هر مکان مستحکم شده است. از قدیمی ترین نمونه ها، دیوارهای قلعه تاریخی جریکو^۲ و دیوارهای سنگی شهر تروا (در حدود ۱۵۰۰ سال قبل از میلاد) بوده اند. در کشور پادشاهی بریتانیا لااقل ۳۰۰۰ نمونه باشکوه از قلعه ها وجود دارند که بیشتر آن ها بر روی تپه ها بنا شده اند تا به لحاظ دفاعی وضع مناسبی داشته باشند و مدافعان بر مهاجمان تسلط داشته باشند.

در طراحی همه این قلعه های تاریخی آن چه که به سادگی مشاهده می شود، شکل و فرم ساخت قلعه ها و حتی خانه های موجود در آن ها است که اغلب به صورت دایره ای شکل است. چرا قلعه ها را به صورت دایره ای می ساخته اند؟ به نظر می رسد، مسئله اساسی برای قلعه سازان، محدودیت در امکانات، منابع و نفرت بوده است و باعث شده است به این طرح برسند. یعنی طراحان این

استحکامات می خواسته اند با حداقل مصالح، قلعه ای بسازند که حداکثر تعداد افراد را در خود جای دهد و برای دفاع به حداقل افراد مدافع و مسلح (تیرانداز) نیاز باشد.

ظاهرا تنها شکلی که می توانسته همه این منظورها را برآورده سازد، دایره بوده است. برای این که تصور و شهود مناسبی از این مطالب به دست آورید، کافی است عده ای از دانش آموزان دست هایشان را به طور متوالی به هم دهند و حلقه ای ایجاد کنند. اگر یکی یکی دانش آموزان وارد این حلقه شوند به گونه ای که بیشترین تعداد ممکن داخل این حلقه جا شود، این حلقه به چه شکل در می آید؟ احتمالا به این قضیه اساسی می رسید:

”در بین تمام منحنی های بسته، با محیط یکسان، دایره، بیشترین مساحت را دارد.“

قضیه هم پیرامونی در نگاه شهودی

این قضیه که از اساسی ترین قضایای هندسی است، به ”قضیه هم پیرامونی“ معروف است. در ادامه به اثبات این قضیه می پردازیم. بیایید با کمی محاسبه شروع کنیم!

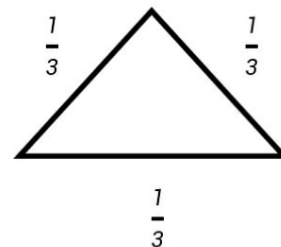
فرض کنید که با یک سیم نازک فلزی نرم به طول l ، مثلا برای سادگی $l=1m$ می خواهیم یک منحنی بسته فلزی بسازیم، یعنی دو سر سیم را به هم بچسبانیم تا یک منحنی بسته به دست آید. شکل منحنی چگونه باشد تا حداکثر مساحت را داشته باشد؟ برای سادگی ابتدا بهتر است با شکل های منتظم کار کنیم. ساده ترین شکل منتظم کدام شکل است؟ بله، مثلث متساوی الاضلاع. فرض کنید سیم به طول یک متر خودمان را به شکل مثلث متساوی الاضلاع درآورده ایم. طول ضلع این مثلث چه قدر است؟ می دانیم که مساحت مثلث متساوی الاضلاع به طول a ، مساوی $s = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ است. مساحت این مثلث چقدر است؟

در شکل ۲ تمام پاره خط ab درون منحنی قرار دارد و این منحنی دارای محیط یکسان با منحنی اول است، اما مساحت آن بیشتر است، پس مساحت ماکزیمم در منحنی های مقعر رخ نمی دهد و شکلی که دارای مساحت ماکزیمم است، حتما باید محدب باشد.

در قدم بعدی نشان می دهیم که هر خطی که محیط شکل با مساحت ماکزیمم را نصف کند، حتما مساحت آن را نیز نصف می کند.

فرض کنید خط ab محیط منحنی S را که مساحت ماکزیمم دارد، نصف کرده و دو بخش با مساحت های S_1 و S_2 ایجاد کرده است. S_1 و S_2 باید مساوی باشند. زیرا اگر مثلا $S_1 < S_2$ می توانیم به جای S_1 ، شکل قسمت پایین را با تقارن محوری نسبت به خط ab به بالا منتقل کنیم و شکل جدیدی بسازیم که محیط آن همان محیط شکل قبلی است ولی مساحت آن $2S_2$ می شود که از $S_1 + S_2$ بزرگتر است. به کمک این شیوه می توانیم شکلی بسازیم که مساحت ماکزیمم دارد و دارای یک محور تقارن است. کافی است یکی از خط هایی که محیط را نصف می کند در نظر بگیریم و متقارن نیمه بالایی را در قسمت پایین رسم کنیم. باز هم شکلی به دست می آید که مساحت ماکزیمم دارد و محور تقارن هم دارد. فرض کنید خط ab محور تقارن منحنی بسته S است و a و b روی منحنی هستند. ثابت می کنیم به ازای هر نقطه c روی خم ab زاویه acb ، 90° درجه است.

وضعیت بیشتر است یا کمتر؟ حالا تعداد ضلع ها را بیشتر می کنیم، مثلا شش ضلع. طول اضلاع این شش ضلعی منتظم چند متر است؟ می دانیم مساحت شش ضلعی منتظم به ضلع $a = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ برابر $s = a^2$ است. مساحت شکل ما در این حالت چقدر است؟ بیشتر از حالت های قبل است یا کمتر؟
دستور کلی محاسبه مساحت n ضلعی منتظم به ضلع a ، به صورت $s = \frac{1}{4}na^2 \cot \frac{\pi}{n}$ است (سعی کنید این دستور را با تجزیه n ضلعی، به n مثلث متساوی الساقین، اثبات کنید). با زیاد شدن تعداد ضلع ها، مساحت آن ها چه تغییری می کند؟ ملاحظه می کنید که با زیاد شدن تعداد ضلع های چند ضلعی منتظم که محیط همه آن ها یکسان است، مساحت آن ها بیشتر و بیشتر می شود. به طور شهودی برمی آید که بیشترین مساحت وقتی رخ می دهد که شکل بسته ما، به دایره تبدیل شود.

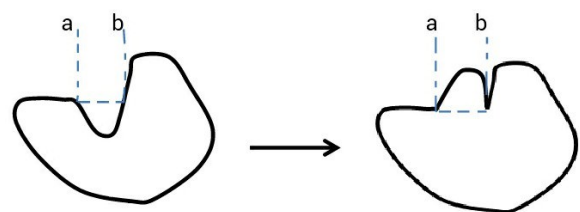


شکل ۱

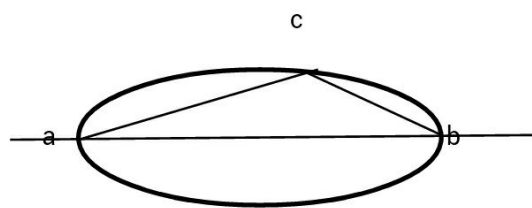
اثبات قضیه هم پیرامونی

هنگام آن است که درستی قضیه هم پیرامونی را به صورت دقیق تری اثبات کنیم. منحنی بسته S را با محیط ثابت و مشخصی در نظر می گیریم. در نخستین قدم نشان می دهیم که اگر مساحت S ، ماکزیمم باشد، S یک منحنی محدب باید باشد. تعریف منحنی های محدب و مقعر را در کتاب های هندسه دبیرستانی دیده ایم. "منحنی محدب"، منحنی ای است که پاره خط واصل بین هر دو نقطه درونی آن کاملاً در درون منحنی قرار گیرد، در غیر این صورت آن منحنی، "مقعر" نامیده می شود.

یک منحنی مقعر در نظر بگیرید و فرض کنید ab پاره خطی باشد که دو نقطه a و b از منحنی را به هم وصل می کند و ab در خارج منحنی قرار گرفته باشد. قسمتی از منحنی که بین a و b قرار گرفته است را نسبت به ab قرینه می کنیم. (طبق شکل)



به برهان خلف اگر acb ، 90° درجه نباشد، با ثابت نگه داشتن قطاع محصور بین پاره خط ac و کمان cb و قطاع محصور بین پاره خط cb و کمان abc ، مثلث abc را تغییر شکل می دهیم به گونه ای که طول ac و bc ثابت بماند، اما زاویه acb ، 90° درجه شود. در این حالت مساحت مثلث افزایش می یابد و با افزودن مجدد قطاع ها یک شکل جدید به دست می آید که مساحت بیشتری دارد ولی طول محیط آن فرقی نکرده است. به خاطر تقارن، همین عملیات در نیمه پایین قابل انجام است و نهایتاً شکلی با مساحت بزرگتر با همان محیط به دست می آید که خلاف فرض ماکزیمم بودن مساحت شکل اولیه است. به این ترتیب زاویه acb ، باید 90° درجه بوده باشد. بنابراین مکان هندسی C ، از مجموعه نقاطی تشکیل می شود که زاویه دید آن ها به پاره خط ab از شکل، 90° درجه باشد و بدیهی است که این مکان، همان کمان درخور زاویه 90° درجه یعنی یک دایره با قطر ab است، پس شکل با محیط ثابت و مساحت ماکزیمم باید دایره باشد و این همان قضیه هم پیرامونی است.



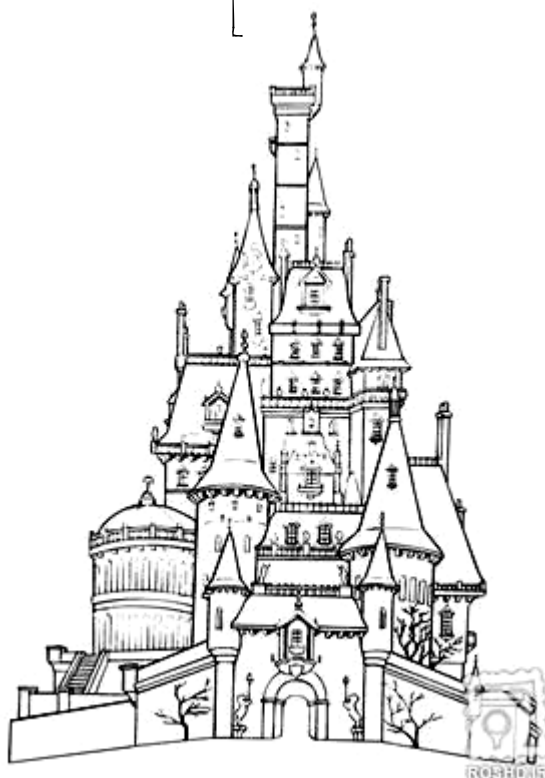
آیا سازندگان و معماران قلعه های قدیمی از قضیه هم

پیرامونی آگاه بودند؟

پاسخ جالب است: اگر هم نبودند، به دلایل منطقی دیگر، دقیقاً باید به همین شکل عمل می کردند!

گام ۱: شکل قلعه باید محدب باشد. زیرا در غیر این صورت حفاظت از آن دشوارتر می شود. در نقاطی که شکل قلعه دارای گودی یا فرورفتگی باشد، نقاط کور دفاعی به وجود می آید و در نتیجه برای حفاظت از آن مناطق نیاز به سربازان و مدافعان بیشتر خواهد بود!

گام ۲: شکل قلعه باید متقارن ساخته شود. زیرا باید همه نقاط تدافعی قلعه از نظر قدرت، یکسان باشند و دید همه جانبه به اطراف داشته باشند. هم چنین ساخت یک بنای متقارن آسان تر است و قوت و استحکام بیشتری دارد و نمای بهتری دارد (این موضوع برای تحت فشار روانی قرار دادن مهاجمان اهمیت به سزایی دارد).





خدایا! شکر تو که حدی برایت مقصود نیست.

سپاس تو را که بی نهایت مهربانی و بی شمار پاک.

خدایا!

حمد و سپاس از آن توست که محیطی بر تمام عالم و تکیه گاهی بر تمام موجودات.

خداوندا!

بنده ای هستم سراپا تقصیر که وجودم بر محور حیات در محاصره پیکان های شیاطین است.

خدایا!

دستم را بگیر که من کسری از توأم و وجودم از آن توست و همه مرا به نام تو می شناسند که من مشتقی از حد بی

نهایت توأم.

پروردگارا!

بخشای مرا آن لحظه که من بر عمودی غیر از تو تکیه می کنم و همه ستون ها ناپایدارند وقتی تو نباشی.

بارالها!

نمی خواهم فقط محیط زندگی ام از نام و یاد تو پر شود که من طالب آنم که مساحت وجودم از تو پر شود.

معبودا!